TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

KHOA KHOA HỌC ỨNG DỤNG
BỘ MÔN TOÁN

ĐỀ THI CUỐI KỲ HKI NĂM HỌC 2025–2026

Môn: Toán 1 (đợt 2)
Mã môn học: MATH132401
Đề thi có **02** trang. Được sử dụng 1 tờ A4 chép tay.
Thời gian: 90 phút. Ngày thi 5/1/2026

Câu 1 (1.5 điểm). Cho hai hàm số $f(x) = x^2 + 1,\ g(x) = \sin x$.

a) Tính đạo hàm của hàm số hợp $(g \circ f)(x)$.

b) Xét sự tồn tại của hàm ngược f^{-1} của f trên $\mathbb{R}$. Nếu có, hãy tìm f^{-1}. Nếu không thì hãy tìm một miền xác định khác rỗng của f để nó có hàm ngược, tìm f^{-1} tương ứng miền xác định đó.

Câu 2 (2.0 điểm). Cho hàm số $f(x)$ xác định bởi

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(mx)}{x}, & \text{nếu } x \neq 0 \\ 2 - m^2, & \text{nếu } x = 0, \end{cases}$$

trong đó $m \in \mathbb{R}$ là tham số.

a) Tìm các giá trị của m để hàm số f liên tục tại $x = 0$.

b) Với $m = 1$, xét tính khả vi của hàm số f tại $x = 0$. Tính $f'(0)$ nếu tồn tại.

Câu 3 (1.0 điểm). Trong một thí nghiệm đo chuyển động thẳng, vận tốc tức thời của một xe tại thời điểm t được mô tả bởi hàm $v(t)$ như sau:

$$v(t) = \frac{1}{10}(t^3 - 12t^2 + 45t), \quad (0 \leq t \leq 10)$$

trong đó t tính bằng giây và v tính bằng mét/giây. Hãy xác định các khoảng thời gian trên $[0, 10]$ mà tốc độ của xe nhanh dần và chậm dần.

Câu 4 (1.5 điểm). Một bồn chứa nước hình trụ đặt thẳng đứng có bán kính đáy $r = 0.6\,\text{m}$ và chiều cao $H = 2\,\text{m}$. Gọi $V(t)$ và $h(t)$ lần lượt là thể tích nước trong bồn và chiều cao mực nước tại thời điểm t (phút). Nước được bơm vào bồn với tốc độ không đổi

$$\frac{dV}{dt} = 0{,}18\ \text{m}^3/\text{phút}.$$

Giả sử bồn không rò rỉ và trong thời gian xét nước chưa tràn ra ngoài.

a) Cho biết công thức thể tích ống trụ có chiều cao h và bán tính đáy r là $V = \pi r^2 h$. Tính tốc độ dâng mực nước $h'(t)$.

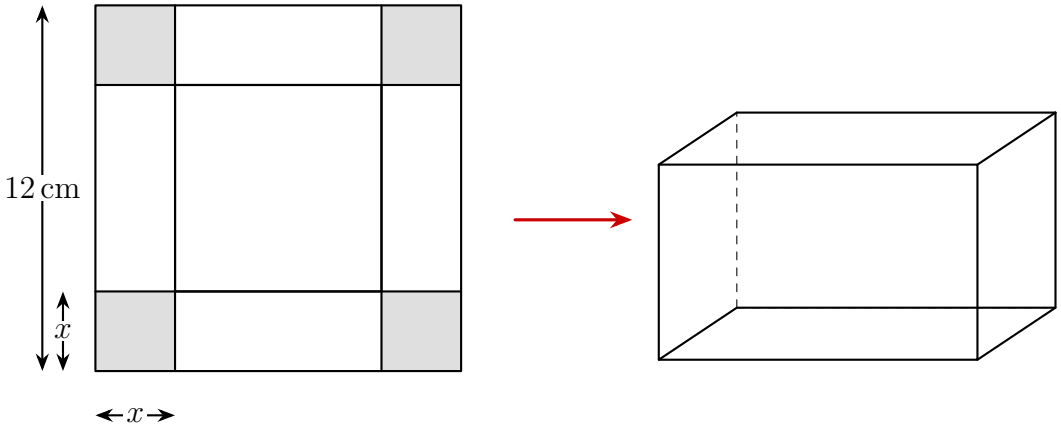
b) Nếu ban đầu bồn rỗng ($h(0) = 0$), xác định thời gian để bồn đầy.

Câu 5 (1.0 điểm). Cho hàm số $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ liên tục và thỏa mãn

$$f(x) + f(-x) = \cos 2x, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Tính $I = \displaystyle\int_{-\pi/6}^{\pi/6} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 6 (1.5 điểm). Có một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh x (cm), rồi gấp các mép lên để tạo thành một hộp không nắp. Xác định x để thể tích của hộp là lớn nhất.



Câu 7 (1.5 điểm). Một giếng dầu khai thác được 100 thùng dầu thô mỗi ngày và sẽ cạn kiệt sau 2 năm (731 ngày). Ước tính rằng sau t ngày kể từ thời điểm hiện tại, giá dầu thô là

$$p(t) = 100 + 0.3\sqrt{t} \quad \text{(đô la mỗi thùng)}.$$

Nếu dầu được bán ngay khi vừa được khai thác từ lòng đất và gọi $R(t)$ là tổng doanh thu thu được cho đến thời điểm t (ngày). Khi đó, tốc độ thay đổi của doanh thu là

$$\frac{dR}{dt} = 100\big(100 + 0.3\sqrt{t}\big).$$

Hãy xác định tổng doanh thu của giếng dầu này (cho đến khi cạn).

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (Về kiến thức)	**Nội dung KT**
CLO1: Giải thích được các khái niệm về hàm số, hàm ngược, hàm siêu việt, về giới hạn, liên tục, đạo hàm, vi phân và tích phân	Câu 1, 2
CLO2: Tính được các giới hạn, đạo hàm, vi phân của một hàm số, tính tích phân cơ bản	Câu 2, 3, 4, 5, 6, 7
CLO3: Xây dựng được mô hình toán học sử dụng đạo hàm để giải quyết các yêu cầu về tốc độ thay đổi và tối ưu trong đời sống, vật lý và kỹ thuật	Câu 3, 4, 6, 7
CLO4: Giải được phương trình vi phân tách biến	Câu 7

TP.HCM, ngày 1 tháng 1 năm 2026
Trưởng bộ môn toán

Phạm Văn Hiển